Universidad Simón Bolívar
Departamento de Física

Física I (FS-1111)
3^{er} Examen Parcial (35 %)
Abr-Jul 2022
Tipo Único

FS-1111 3ER PARCIAL (35 %)

Nombre: ______________ Carnet: ____________________ Sección: ____________________

Cuando lo necesite use como valor numérico para la aceleración de gravedad $g = 10m/s^2$

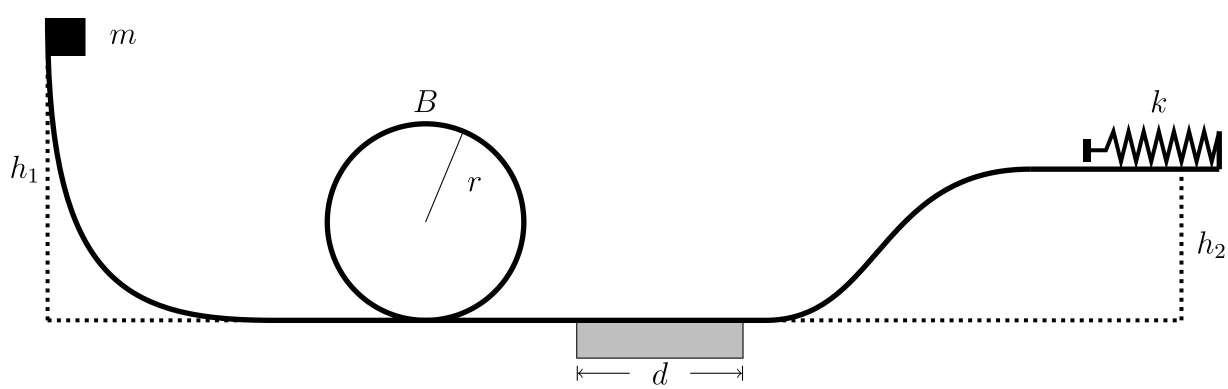
---

1. **Trabajo - Energía. 10pts.** Un bloque de masa $m = 0{,}2$kg se suelta desde una altura $h_1 = 9$m, y viaja a lo largo del camino mostrado en el cual solamente posee un roce sobre el tramo marcado de longitud $d = 2$m, y de coeficiente de roce cinético $\mu_c = 0{,}5$.

   a) Encuentre la fuerza normal que ejerce el rizo sobre la masa cuando el bloque por su punto más alto (punto B), sabiendo que el radio del rizo es $r = 3$m. **(4ptos)**

   b) Si un resorte de constante elástica $k = 10$ N/m, se encuentra a una altura $h_2 = 7$m sobre la base del plano, encuentre cual es su maxima compresión. **(4ptos)**

   c) ¿Cuánto tiempo está la masa y el resorte en contacto? **(2ptos)** (*asuma que el bloque no se queda pegado al resorte*)

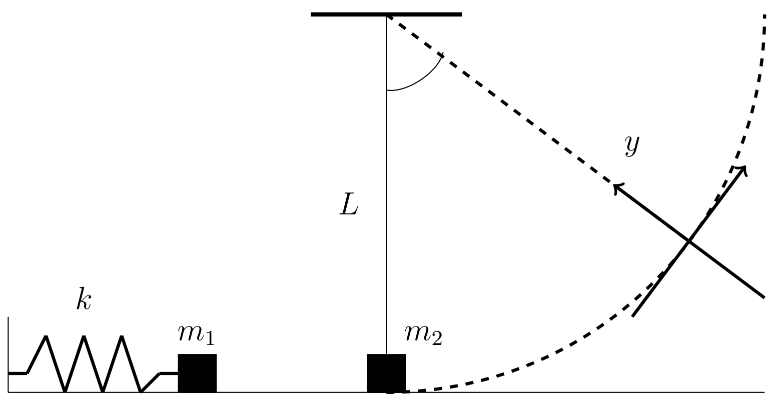


2. **Trabajo - Energía y Colisiones. 12 ptos.** Un bloque de masa $m_1 = 2$kg se encuentra comprimiendo un resorte de constante $k = 900$N/m una distancia $x = \sqrt{2}/2m$, como se muestra en la figura. En el instante inicial el bloque se suelta, moviéndose entonces por una superficie horizontal sin roce. Al final de su recorrido se consigue un bloque m_2 en reposo, de igual masa ($m_1 = m_2$), conectado a una varilla ideal de longitud $L = 10$m, sujeta al techo mediante un tornillo. Los dos cuerpos quedan unidos después de la colisión. Calcular:

   a) La rapidez de los bloques justo después de la colisión. **(4ptos)**

   b) La pérdida de energía cinética durante la colisión ($\Delta K = K_i - K_f$). **(4ptos)**

   c) La altura final de los bloques después de la colisión. **(4ptos)**



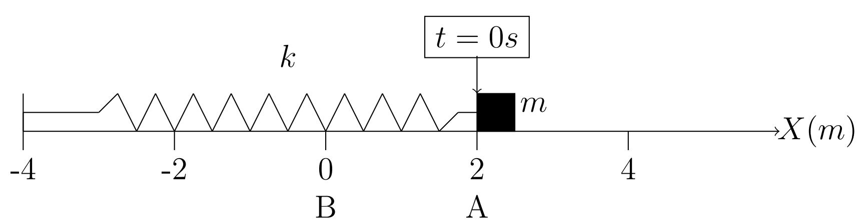
3. **Trabajo - Energía y Oscilaciones. 13 ptos.** Un bloque de masa $m = 5$kg está atado a un resorte de constante elástica $k = 20$N/m, cuyo largo natural (sin deformación) es de 4m. En el instante inicial, $t = 0s$, el bloque está en la posición $x_A = 2$m y moviéndose hacia la izquierda con rapidez de 2m/s.

   a) Utilizando $x(t) = A\,\text{sen}(\omega t + \delta_0)$, calcule: la frecuencia angular ω, la amplitud A y la fase inicial δ_0 de ese movimiento. **(4ptos)**

   b) Calcule la velocidad y la aceleración del bloque en función del tiempo. **(3ptos)**

   c) ¿En qué punto se alcanza los valores máximos de la velocidad y la aceleración? **(3ptos)**

   d) Calcule el impulso de la fuerza elástica transmitido al bloque en el tramo $A-B$. **(3ptos)**

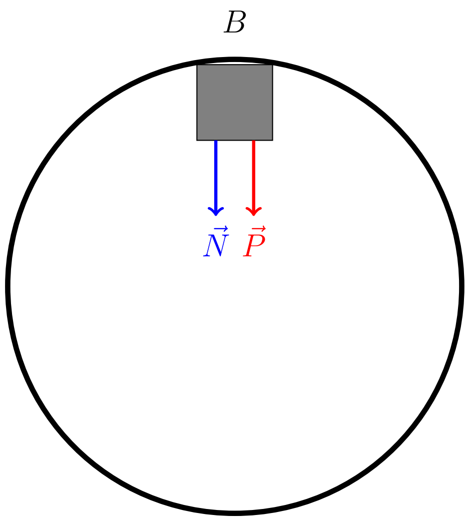


SOLUCIÓN

1. **Trabajo - Energía**

   a) Para que el bloque no se despegue de la pista al momento de pasar por el rizo, se debe cumplir que $h_1 > 2,5r$. En particular tenemos que $h_1 = 3r$ entonces podemos asegurar que el bloque no se despega.

   Luego, llamemos A el punto de partida del bloque y B el punto más alto del rizo. Como en el recorrido $A \to B$ no hay presencia de fuerzas no conservativas, la Energía Mecánica del sistema en dicho tramo se conserva, es decir, $Em_A = Em_B$. Ahora se realiza el Diagrama de Cuerpo Libre del objeto en el punto B:



   Notemos que en ese punto solo actúa la fuerza normal y el peso del objeto, así la sumatoria de fuerzas vendria dado por:

$$\sum \vec{F} = m\vec{a} \to \vec{N} + \vec{P} = m\vec{a}$$

   Donde como se trata de un movimiento circular, $\vec{a} = \vec{a}_c = v^2/r$ y además $\vec{P} = m\vec{g}$:

$$N + mg = m\frac{v^2}{r}$$

   Finalmente, despejamos N:

$$N = m\frac{v^2}{r} - mg \quad (1)$$

   Ya teniendo una expresión de $\vec{N}$ sólo nos queda averiguar el valor de v. Para ello utilizaremos la ecuación de conservación de la energía, dónde en el punto A sólo existe energía potencial ya que el objeto parte en reposo y en el punto B hay presencia tanto de energía cinética como de potencial gravitatoria. Luego la velocidad buscada es en particular la velocidad en el punto B. Así manipulando la ecuación y despejando:

$$Em_A = Em_B \to mgh_1 = \frac{1}{2}m(V_B)^2 + mg2r \to mg3r - mg2r = \frac{1}{2}m(V_B)^2 \to (V_B)^2 = 2gr$$

   Sustituyendo en (1) : $N = m\frac{2gr}{r} - mg \to N = 2mg - mg = mg = (0,2)(10) \to \boxed{N = 2\text{N}}$

b) Llamemos C al punto donde el objeto comprime máximamente el resorte. Como hay presencia de fuerzas no conservativas en el tramo $B \to C$, la energía mecánica no se conserva. Luego tenemos que $\Delta E_{B\to C} = W_{FNC}$, donde:

- $Em_C = -\frac{1}{2}kx^2 + mgh_2$, donde x es la maxima compresión.
- $Em_B = Em_A = mgh_1$, por la ley de conservación de la energía.
- $W_{FNC} = -fr_c d = -\mu_c mgd$, ya que la fuerza de fricción es la única F.N.C presente en el tramo.

Finalmente despejando x y sustituyendo los valores:

$$x = \sqrt{\frac{2mg(h_1 - h_2 - \mu_c d)}{k}} \to x = \sqrt{\frac{2(0,2)(10)[9 - 7 - (0,5)(2)]}{10}} \to \boxed{x = \sqrt{\frac{2}{5}}m}$$

c) El objeto, al estar en contacto con el resorte, realiza un M.A.S, donde el tiempo t que están en contacto viene dado por $\tau/2$ (la mitad del período). Luego:

$$\frac{\tau}{2} = \frac{1}{2}\left(\frac{2\pi}{\omega}\right) \text{ donde } \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{50}rad/s$$

Así, $\boxed{t = \frac{\pi}{\sqrt{50}}seg}$

2. **Trabajo - Energía y Colisiones.**

   a) Rapidez de los bloques justo después de la colisión

   El bloque m_1 colisiona con el bloque m_2 a una velocidad adquirida al ser empujado por el resorte.

   Considerando A como el punto donde el resorte está comprimido una distancia x y B como el punto donde el bloque m_1 se despega del resorte, podemos calcular la velocidad en el punto B, v_B teniendo en cuenta la ley de conservación de la energía:

$$E_A = E_B$$

$$\frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}m_1 v_B^2$$

   Despejando v_B:

$$v_B = \sqrt{\frac{kx^2}{m_1}} \rightarrow v_B = \sqrt{\frac{900\text{N/m} \cdot (\frac{1}{\sqrt{2}}\text{m})^2}{2\text{kg}}} \rightarrow \boxed{v_B = 15\text{m/s}}$$

   El trayecto antes de la colisión es a través de una superficie horizontal lisa sin roce, por lo tanto la velocidad permanece constante en ese recorrido.

   Considerando C como el momento de la colisión (completamente inelástica), ambos bloques quedan unidos y se desplazan con una velocidad v_S.

   En las colisiones la cantidad de movimiento P se conserva, así pues, se puede obtener v_S por el principio de conservación del momento lineal P donde $\Delta P = 0$:

$$P_i = P_f$$

$$m_1 v_B = (m_1 + m_2)v_S$$

   Despejando v_S:

$$v_S = \frac{m_1}{m_1 + m_2}v_B \rightarrow v_S = \frac{2\text{kg}}{(2+2)\text{kg}}15\text{m/s} \rightarrow \boxed{v_S = \frac{15}{2}\text{m/s}}$$

   b) Pérdida de energía cinética ΔK

   Ahora se puede calcular la pérdida de energía cinética $\Delta K = K_i - K_f$:

$$K_i = \frac{1}{2}m_1 v_B^2 \rightarrow K_i = \frac{1}{2} \cdot 2\text{kg} \cdot (15\text{m/s})^2 \rightarrow \boxed{K_i = 225\text{J}}$$

$$K_f = \frac{1}{2}(m_1 + m_2)v_S^2 \rightarrow K_f = \frac{1}{2} \cdot (2+2)\text{kg} \cdot (\frac{15}{2}\text{m/s})^2 \rightarrow \boxed{K_f = \frac{225}{2}\text{J}}$$

$$\Delta K = K_i - K_f \rightarrow \Delta K = (225 - \frac{225}{2})\text{J} \rightarrow \boxed{\Delta K = \frac{225}{2}\text{J}}$$

La pérdida de energía cinética ΔK es del 50 % de la energía cinética inicial K_i, tal que $\Delta K = \frac{K_i}{2}$

c) Altura final del sistema de bloques luego de la colisión

Considerando D como el punto donde el sistema de los 2 bloques alcanza su a altura máxima h, se puede obtener la altura h a través de la ley de conservación de la energía:

$$E_C = E_D$$

$$\frac{1}{2}(m_1 + m_2)v_S^2 = (m_1 + m_2)gh$$

Despejando h:

$$h = \frac{v_S^2}{2g} \rightarrow h = \frac{(\frac{15}{2}\text{m/s})^2}{2g} \rightarrow \boxed{h = 2{,}8\text{m}}$$

De las relaciones trigonométricas se puede deducir que la altura cumple con la relación $h = L(1 - \cos(\theta))$. Al despejar θ se puede obtener el ángulo máximo de inclinación del péndulo.

$$\theta = \arccos\left(1 - \frac{h}{L}\right) \rightarrow \theta = \arccos\left(1 - \frac{2{,}8\text{m}}{10\text{m}}\right) \rightarrow \boxed{\theta = 0{,}77\text{rad}}$$

3. **Trabajo - Energía y Oscilaciones.**

a) Frecuencia angular ω, amplitud A y fase inicial δ_0

Para calcular A utilizamos la conservación de la energía

$$E_A = E_{\text{max compresion}}$$

donde

$$E_A = \frac{1}{2}kx_A^2 + \frac{1}{2}mv_A^2 = \frac{1}{2}kA^2$$

Despejando A:

$$A^2 = x_A^2 + \frac{m}{k}v_A^2 \rightarrow A^2 = (2\text{m})^2 + \frac{5\text{kg}}{20\text{N/m}}(2\text{m/s})^2 \rightarrow \boxed{A = \sqrt{5}\text{m}}$$

Recordemos que $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$, luego:

$$\omega = \sqrt{\frac{20\text{N/m}}{5\text{kg}}} \rightarrow \boxed{\omega = 2\text{rad/s}}$$

Partimos de las condiciones iniciales para obtener δ_0:

- $x(t=0) = A\,\text{sen}(\delta_0) = 2$
- $v(t=0) = A\omega\cos(\delta_0) = -2$

Para la primera ecuación, vemos que el $\text{sen}(\delta_0)$ debe ser positivo, esto ocurre en el 1er y 2do cuadrante. En cuanto a la segunda ecuación, vemos que el $\cos(\delta_0)$ debe ser negativo, esto ocurre en el 2do y 3er cuadrante. Como se deben cumplir ambas condiciones, vemos que el ángulo δ_0 debe estar en el 2do cuadrante.

Despejamos δ_0 de la primera ecuación:

$$\delta_0 = \text{arc sen}(\frac{2}{A}) \rightarrow \delta_0 = 0{,}89\text{rad}$$

Este ángulo no pertenece al 2do cuadrante. Le sumamos $\frac{\pi}{2}$rad y obtenemos

$$\boxed{\delta_0 = 2{,}66\text{rad}}$$

b) Velocidad y aceleración en función del tiempo

Una vez obtenidas las condiciones iniciales del sistema se puede calcular la posición, velocidad y aceleración del movimiento oscilatorio para un tiempo t dado:

$$x(t) = A\,\mathrm{sen}(\omega t + \delta_0) = \sqrt{5}\,\mathrm{sen}(2t + 2{,}66\mathrm{rad})\mathrm{m}$$

$$v(t) = A\omega \cos(\omega t + \delta_0) = 2\sqrt{5}\cos(2t + 2{,}66\mathrm{rad})\mathrm{m/s}$$

$$a(t) = -A\omega^2\,\mathrm{sen}(\omega t + \delta_0) = -4\sqrt{5}\,\mathrm{sen}(2t + 2{,}66\mathrm{rad})\mathrm{m/s^2}$$

c) Puntos donde se alcanza la maxima velocidad y la máxima aceleración

La velocidad máxima se alcanza en el punto B

$$v_{max} = 2\sqrt{5}\mathrm{m/s}$$

La aceleración máxima se alcanza en los puntos de retorno

$$a_{max} = 4\sqrt{5}\mathrm{m/s^2}$$

d) Impulso en el tramo $A - B$

El impulso es la variación de momento lineal $\vec{I} = \Delta\vec{P}$, donde $\Delta\vec{P} = \vec{P_f} - \vec{P_i} = \vec{P_B} - \vec{P_A}$

$$\vec{P_B} = m\vec{v_B} \rightarrow \vec{P_B} = -10\sqrt{5}\ \mathrm{kg\cdot m/s}\ \hat{\imath}$$

$$\vec{P_A} = m\vec{v_A} \rightarrow \vec{P_A} = -10\ \mathrm{kg\cdot m/s}\ \hat{\imath}$$

Luego,

$$\Delta\vec{P} = (-10\sqrt{5} - (-10))\ \mathrm{kg\cdot m/s} \rightarrow \Delta\vec{P} = -10(\sqrt{5} - 1)\ \mathrm{kg\cdot m/s}\ \hat{\imath}$$

Finalmente, se obtiene el impulso en el tramo $A - B$:

$$\boxed{\vec{I} = -12{,}36\ \mathrm{kg\cdot m/s}\ \hat{\imath}}$$

Este parcial fue digitalizado en LaTeX por **Luis Doria** y **Jesús Gutiérrez** para **GECOUSB**

Luis Fernando Doria
20-10241
Ing. Química

Jesús Gutiérrez
20-10332
Ing. Computación

gecousb.com.ve

Cualquier error en la resolución de los ejercicios, notificar a **luisferdoria2003@gmail.com** y a **jesusgutierrez4825@gmail.com**